



m²-cm

EN LÄRARGUIDE TILL FORSKNINGEN

M2-CM - MATEMATIKUNDERVISNING MED MUSIK OCH RÖRELSE
PROJEKTTEAMET i Erasmus+ 2021-1-SE01-KA220-SCH-000032733



Innehåll

Varför arbeta ämnesövergripande med matematik, musik och rörelse?.....	2
Vad säger forskarna?.....	2
1. Matematik och musik hör ihop.....	2
2. Kreativa processer förbättrar koncentrationsförmågan.....	3
3. Abstrakta idéer i konkret form.....	4
4. Visuellt och kinestetiskt matematikförståelse.....	5
5. Lagbygge, ledarskap i klassrummet och inspiration.....	6
6. Universiell kommunikation.....	7
7. Matematikångest och dyskalkyli.....	8
8. Motiverande, engagerande och belönande.....	9
REFERENSER.....	10
APPENDIX 1.....	12
Arbete som ligger till grund för forskningsguiden i m ² -cm.....	12
Frågor till fokusgrupperna inför vårt projektarbete.....	12
Teamet bakom lärarguiden.....	12
APPENDIX 2.....	13
Varför m ² -cm?.....	13
I. Bakgrund.....	13
II. Syfte.....	13
III. Mål.....	13
IV. Metod.....	14

Musik ist die versteckte
arithmetische Tätigkeit der
Seele, die sich nicht dessen
bewußt ist, daß sie rechnet.

Gottfried Wilhelm von Leibniz

i ett brev från 1712.



Varför arbeta ämnesövergripande med matematik, musik och rörelse?

Vad säger forskarna?

1. Matematik och musik hör ihop

Kopplingen mellan musik och matematik är så stark att musikinlärning och musikaliska upplevelser förbättrar matematiska prestationer.

(Luiz, 2007)

Musik och matematik hänger ihop ljudmässigt.

(Mall et al, 2016: 7)

Musik kan användas för att öka matematisk kunskap, akademisk prestation och intelligens i allmänhet.

(Kelström, 1998:41)

I praktiken börjar nyfödda spädbarn direkt att tänka matematiskt och musikaliskt. Fenomenet kallas subitisering och betecknar förmågan att omedelbart, utan att räkna, identifiera antalet objekt i en liten mängd. Spädbarn subitiserar när de bara är tre-fyra dagar gamla

(Denison, 2014)



2. Kreativa processer förbättrar koncentrationsförmågan

Att göra musik är en kreativ process som ger skaparglädje. Kombinera musikskapande med att matematisk problemlösning och denna kreativitet och glädje kommer att smitta av sig på processen att lära sig matematik.

(Hamilton, 2018)

Konstupplevelser kan öka graden av uppmärksamhet. Musik, rytm och kreativ rörelse kan hjälpa eleverna att koncentrera sig på skolämnena.

(Moerman, 2018)

Studier har visat att mer musik i undervisningen ger positiva effekter på socialt samspel, självkänsla och motivation.

(Mall m.fl., 2016: 7)



3. Abstrakta idéer i konkret form

Dans kan ge en visuell presentation av mer abstrakta delar inom matematiken som är svåra att förklara med ord.

(Rosenfeld, 2011)

Integration av konstarter i undervisningen ger eleverna fler möjligheter att skapa kopplingar som leder till djupare förståelse.

(Munroe, 2015)

Dans är inte imiterade (mimetiska) rörelser, utan kombinerar upplevelsen av rummet, tiden, symmetriska rörelser och riktningar.

För att slutföra en dansrörelse är det nödvändigt för dansaren att göra vissa symmetriska rörelser, som hen ibland inte inser att hen har utfört. Symmetri i naturliga vardagsrörelser uppstår tidigt, redan hos mindre barn.

(Belcastro & Schaffer, 2011)

Musik är ett av de första sätten att kommunicera och är ofta den första kontakten barn får med matematiken.

(Geist & Geist, 2008)

Watson undersökte hur dans kan användas i undervisningen för att främja engagemang och lärande i rumsliga, rytmiska, strukturella och symboliska aspekter av matematiken.

(Evangelopoulou, 2014)



4. Visuell och kinestetisk matematikförståelse

Dans och kreativ rörelse kan ge en ny visuell och kinestetisk upplevelse av vinklar, geometriska former och rum.

(Rosenfeld, 2011)

Utveckla elevernas konceptuella förståelse av matematik genom gestalta och kommunicera olika samband.

(An et al., 2017)

När vi använder klassrummets utrymme och de siffror vi har omkring oss kan vi ge barnen en konkret förståelse av matematiska begrepp

(Moerman, 2016)

Musik erbjuder många vägar till matematikförståelse; som mönsterbyggande, jämförande och sorterande. För att beskriva hört och sett och för att lösa problem - gör musik!

(Johnson & Edelson, 2003)



5. Lagbygge, ledarskap i klassrummet och inspiration

Att använda rytmiska (eg. [eurytmiska](#)) lekar med kroppen som instrument hjälper till att höja integrationsnivån i elevgruppen.

(Lundberg, 2014)

Disciplinen, koncentrationen och närheten i dansen kan bidra till att stärka elevernas känsla av empati och samarbetsförmåga samt såväl respekten för andra som för det egna jaget.

(Robinson & Aronica, 2018)

Att undervisa i matematik genom dans är inte bara inspirerande och givande för barnen, även lärare har inspirerats och upplevt ökad glädje och förståelse av det de lär ut.

(Rosenfeld, 2011)

Matematikdidaktik med konsttema har ökat lärares innovationsförmåga och stärkt deras pedagogiska självkänsla.

(An et al., 2019)

I integrerade klassrum, där musik och rörelser används i kombination med matematisk problemlösning, förstärks gruppdynamiken och barnen blir mer aktiva i sin inlärningsprocess, vilket gör att de lättare att nå läroplanens mål.

(Moerman, 2016)



6. Universiell kommunikation

Att undervisa med hjälp av dans är inkluderande och ett bra sätt att arbeta i klasser med flera språk. Eleverna lär sig att kommunicera om matematik genom dans och om dans genom matematik.

(Rosenfeld, 2011)

Integrerade matte- och danslektioner hjälpte lärare att möta barnens olika behov.

(An et al., 2017)

Dans är ordlös kommunikation som ändå kan ge en extra kommunikativ dimension i ett klassrum. I en flerspråkig klass kan dansen hjälpa till att överbygga språkhindren.

(Moerman, 2016)



7. Matematikångest och dyskalkyli

En del lärare fokuserar alltför mycket på elevernas förmåga att förstå matematiska begrepp och uppmärksammar därför inte elever med [dyskalkyli](#), [matematikångest](#) eller andra inlärningsproblem. När lärare använt musik i matematikklassrummet har eleverna blivit mer mottagliga för undervisningen och även ökat sin matematiska förståelse.

(An et al., 2014)

Att arbeta med dans och rörelser i matteklassrummet kan ibland få barnen att glömma att de lär sig matte, och därmed försvinner deras fobi för matte. Detsamma kan gälla för barn med en personlighet som gillar matte mer än att dansa och röra sig, matematiken gör det lättare för dem att delta i dansen.

(Rosenfeld, 2011)

Matematikutbildning med danstema hjälpte till att "förbättra elevernas dispositioner mot matematik och skapa en trevlig inlärningsmiljö för att minska matematikångest".

(An et al., 2017)

Musik, rytm och dans kan hjälpa barn att glömma sin sociala ångest och även sin rädsla för att inte förstå matematiken som de känner att de ska förstå i klassrummet.

(Moerman, 2016)

Musik kan ge glädje i att lära sig matematik för de barn som inte har ett starkt logiskt tänkande och matematik kan stärka de barn som inte har kunskap i musik för att spela instrument.

(Johnson & Edelson, 2003)

Musik, skrev den stora tyske matematikern Gottfried Leibniz (för 300 år sen): "är känslan av att räkna utan att vara medveten om att du räknar."

(du Sautoy, 2011)

När läraren uppmuntrar ett avslappnings svar - att ta en paus, att lyssna på lugnande musik - ger hen oroliga elever, som behöver reglera sina känslor, ett användbart verktyg.

(Benson, 2000) Minneshjälp

Eleverna kommer lättare ihåg vad de lär sig om de gestikulerar under inlärningsprocessen.

(Cook m.fl., 2008)



8. Motiverande, engagerande och belönande

"Musik kan aktivera samma belöningscentrum i din hjärna som annat du tycker om. Att belöna dig själv med din favoritmusik kan öka din motivation att ta till dig ny information".

(Guld m.fl., 2019)

Om läraren har som vana att lägga in musikaktiviteter i undervisningen får eleverna regelbundet lekfulla och engagerande inlärningsupplevelser.

(Vaiouli & Friesen, 2016)

Musikskapande är den aktivitet som engagerar flest delar av hjärnan

(Scripp & Gilbert, 2016)



REFERENSER

- Santos-Luiz, C. (2007). The Learning of Music as a Means to Improve Mathematical Skills. The Author 2007, International Symposium on Performance Science, AEC. ISBN 978-90-9022484-8.
https://www.researchgate.net/publication/266318346_The_learning_of_music_as_a_means_to_improve_mathematical_skills
- Mall, P., Spsychiger, M., Vogel, R., Zerlik, J. (2016). *European Music Portfolio (EMP) – Maths: ‘Sounding Ways into Mathematics’*. University of Music and Performing Arts and Goethe University. Frankfurt http://maths.empportfolio.eu/images/deliverables/Teacher_Handbook_English_Version.pdf
- Kelstrom, J., M. (1998). *The Untapped Power of Music: Its Role in the Curriculum and Its Effect on Academic Achievement*. NASSP Bulletin, Vol. 82, Iss 597. <https://doi.org/10.1177/0192636598082597>
- Moerman, P. (2018). *Dance Art, Math, Education – An Eternal Triangle*. Proceedings of Bridges 2018: Mathematics, Art, Music, Architecture, Education, Culture, Phoenix, Arizona, 2018, p. 347-350.
<http://sh.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1244292&dsid=-1240>
- Denison, N. (2014). *Musical Numbers*. On Wisconsin. Summer 2014.
<https://onwisconsin.uwalumni.com/features/musical-numbers/>
- Hamilton, T., J., Doai, J., Milne, A., Saisanas, V., Calilhanna, A., Hilton, C., Goldwater, M., Cohn, R. (2018). *Teaching Mathematics with Music: A Pilot Study*. 2018 IEEE International Conference on Teaching, Assessment, and Learning for Engineering (TALE), 2018. pp. 927-931.
<https://ieeexplore.ieee.org/document/8615262>
- Rosenfeld, M. (2011). *Jump Patterns: Percussive Dance and the Path to Math*. Teaching Artist Journal. Vol. 9, Iss. 2, p. 78-89, 2011. Taylor and Francis Group. LLC.
https://www.academia.edu/4787544/Jump_Patterns_Percussive_Dance_and_the_Path_to_Math
- Munroe, A. (2015). *Curriculum Integration in the General Music Classroom* Journal of General Music Education. Vol. 29, Iss. 1, March 6, 2015. <https://doi.org/10.1177/1048371315572878>
- Belcastro, S., M., Schaffer, K. (2011). *Dancing Mathematics and the Mathematics of Dance*. Math Horizons. 18(3):16-20, January 2011.
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.4169/194762111X12954578042939>
- Geist, K., Geist, E., A. (2008). *Do Re Mi, 1-2-3: That's How Easy Math Can Be: Using Music to Support Emergent Mathematics*. YC Young Children. Washington. Vol. 63, Iss. 2, March 2008: 20-25.
<https://www.proquest.com/docview/197597007/fulltextPDF/AD5A75E67FAE49AAPQ/1?accountid=38978>
- Evangelopoulou, P. (2014). *A case study on Maths Dance: The impact of integrating dance and movement in maths teaching and learning in preschool and primary school settings*. Master's Degree Studies in International and Comparative Education, No. 29. Institute of International Education Department of Education. Stockholm University. Stockholm.
https://www.su.se/polopoly_fs/1.404847.1538747911!/menu/standard/file/Master_thesis_Polyxeni_Evangelopoulou.pdf
- An, S.A., Tillman, D., Kim, S., J., Robertson, W., Juarez, M., Guo, C. (2017). *“It Doesn't Feel Like a Job to Learn”*: Preservice Elementary Teachers' Perceptions of Dance-Themed Mathematics Education. Journal of



Dance Education, Vol. 17. Iss 4, p. 138-146, November 2017.

<https://doi.org/10.1080/15290824.2017.1299153>

Moerman, P., (2016), *Dancing Math: Teaching and Learning in the Intersection of Aesthetic and Mathematical Literacy*. Proceedings of Bridges 2016: Mathematics, Music, Art, Architecture, Education, Culture, Tessellations Publishing, Phoenix, Arizona, isbn: 978-1-938664-19-9, Iss: 1099-6702, p 269—276. <http://archive.bridgesmathart.org/2016/bridges2016-269.html>

Johnson, G., Edelson, R. J. (2003). *Integrating Music and Mathematics in the elementary classroom*. Scholarly Journal: Teaching Children Mathematics. Vol. 9, Iss 8, April 2003: 474-479.

<https://www.proquest.com/docview/214139035>

Lundberg, K. (2014). Degree Project. *Eurhythmics and Body-based Music Education- Methods for Increasing Mutual Integration*. Degree Project. Master of Music Education Autumn Semester 2014. Lund University. Musikhögskolan. Malmö. <https://lup.lub.lu.se/luur/download?func=downloadFile&recordId=4986216&fileId=4986219>

Robinson, Sir K., Aronica, L. (2018). *Why dance is just as important as math in school*. IDEAS.TED.COM, March 21 2018. https://ideas.ted.com/why-dance-is-just-as-important-as-math-in-school/?utm_source=facebook.com&utm_medium=social&utm_campaign=social&utm_content=2022-2-22

An, S.A., Tillman, D., Kim, S., J., Tinajero, J., Wang, J. (2019). *Teaching Numbers Through Dance: Developing a Choreography-Themed Mathematics Curriculum for Early Childhood Students*. Journal of Dance Education. Vol. 19, Iss 4, p. 148-157, 2019. <https://doi.org/10.1080/15290824.2018.1472380>

An, S.A., Tillman, D., Boren, R., Wang, J. (2014). *Fostering Elementary Students' Mathematics Disposition through Music-Mathematics Integrated Lessons*. The University of Texas at El Paso, United States. <https://www.cimt.org.uk/journal/an.pdf>

Du Sautoy, M. (2011). *Listen by numbers: music and maths*. The Guardian. Mon 27 Jun 2011 22.00 BST. <https://www.theguardian.com/music/2011/jun/27/music-mathematics-fibonacci>

Wagner Cook, S., Mitchell, Z., and Goldin-Meadow, S. (2007). *Gesturing Makes Learning Last*. *Science Direct*. Cognition 106 (2008) 1047–1058. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S001002770700114X?casa_token=Ay335ioLfc4AAAAA:CAIsdIDX_1Ri8HGd8NbJHqDB3UgThOKqxxK8SdUqyG3-qf8p_2ky_yTvLMbBRD5SFSmPyuiPS4Pv

Gold, B., P., Mas-Herrero, E., Zeighami, Y., Benovoy, M., Dagher, A., Zatorre, R., J. (2019). *Musical reward prediction errors engage the nucleus accumbens and motivate learning*. *PNAS*, February 6, 2019. Vol. 116, Iss. 8: 3310-3315. <https://doi.org/10.1073/pnas.1809855116>

Vaiouli, P., Friesen, A. (2016). *The Magic of Music: Engaging Young Children With Autism Spectrum Disorders in Early Literacy Activities With Their Peers*. *Childhood Education*, Vol. 92, Iss. 2, p. 126-133, 12 February 2016. <https://doi.org/10.1080/00094056.2016.1150745>

Scripp, L., Gilbert, J. (2016). *Music Plus Music Integration: A model for music education policy reform that reflects the evolution and success of arts integration practices in 21st century American public schools*. *Arts Education Policy Review*. Vol. 117, Iss. 4, p. 186-202, 26 September 2016. <https://doi.org/10.1080/10632913.2016.1211923>



APPENDIX 1

Arbete som ligger till grund för forskningsguiden i m²-cm

INNEHÅLL PPR1¹

1. Behovsanalys (Focusgrupper med lärare)
2. Undersökning för att visa vilket värde som musik och rörelse kan ha i matematikundervisningen (och på sikt för framtida studier, forskning och arbete inom matematik och Teknik; STEAM).
3. Allmän kunskap om samspelet mellan matematik, musik och rörelse.
4. Ett mångkulturellt angreppssätt med historiska fakta och andra teorier (Pythagoras, Plato, Leibniz...)

ARBETSUPPFIFTER FÖR LÄRARGUIDEN I PPR1

- Samla forskningsrapporter
- Designa och utveckla lärarguiden
- Testa och utvärdera
- Slutföra och översätta

Frågor till fokusgrupperna inför vårt projektarbete

1. Hur länge har du arbetat som lärare?
2. Vilka utmaningar möter du numera i ditt klassrum?
3. Hur är ditt klassrumsklimat i år?
4. Möte du några utmaningar när du undervisar i matematik? Vilka i så fall?
5. Använder du några alternativa undervisningsmetoder i matematik? Vilka i så fall?
6. Tror du att tillämpning av alternativa metoder kan påverka inlärningsprocessen och resultaten?
7. Har du någon tidigare musikalisk erfarenhet? Vilken i så fall?
8. Skulle det kännas naturligt för dig att integrera musik och skapande rörelser i din matematikundervisning?
9. Tror du att det finns något samband mellan matematik, musik och skapande rörelse? I så fall på vilket sätt?
10. Tror du att integration av musik och rörelse i matematikundervisningen skulle skapa effekter på elevernas studieresultat? I så fall inom vilka områden?
11. Tror du att du genom att delta i ett träningsprogram skulle kunna integrera musik och rörelse i din matematikundervisning?

[Answers from Focus Group in Cyprus 2022-05-15](#)

[Answers from Focus Group in Sweden 2022-03-17](#)

Teamet bakom lärarguiden

¹ PPR betyder Project Production Result. Alla Erasmus+projekt är strukturerade så.



APPENDIX 2

Varför m²-cm?

I. Bakgrund

EU behöver fler kompetenta:

- Vetenskapsmän, som organiserar och verifierar observationer.
- Ingenjörer, som fokuserar på teori och design och som med hjälp av matematiken omvandlar observationerna till praktisk verklighet.
- Teknologer, som är inriktade på produktion, underhåll och reparation av ingenjörernas konstruktioner.

Hur kan den ökade kompetensen uppnås?

Konstarterna kan, liksom matematiken, vara verktyg såväl för forskaren och ingenjören som för teknologen och studenten.

I vår ansökan utgick vi från riktlinjerna för Erasmus+ där vikten av en ökad kompetens inom *Science, Technology, Engineering and Maths (STEM)* är tydligt uttryckt. Nu poängteras särskilt att *ARTS* ska integreras i *STEM*; det är ett av huvudmålen för utbildningen inom EU!

II. Syfte

I vårt projekt, som utgår från ovanstående riktlinjer, ska musik och dans användas för att befästa och öka elevernas kunskaper i matematik, för att på det sättet förbereda dem för fortsatta studier. Samtidigt har såväl dansen som musiken ett egenvärde i projektet, både för den enskilda eleven och för samvaron i gruppen.

III. Mål

Erfarna pedagoger inom skolans lägre stadier i Sverige, Grekland och på Cypern, samt likaledes erfarna pedagoger inom musik och dans i alla tre länderna ska tillsammans med meriterade forskare och fortbildare vid Technical University of Crete formulera, testa och producera en digital utbildning för lärare där matematik, dans och musik integreras. Vi vill

- vidga elevernas uppfattning om vad matematik kan vara
- göra matematiken begriplig för alla elever
- öka intresset för matematik
- stärka elevernas musikaliska och motoriska förmågor
- skapa kreativa och trygga lärmiljöer



IV. Metod

1. Lärarhandledning

Vi ska inledningsvis sammanställa en teoretisk bakgrund med relevanta forskningsresultat och med exempel på undervisning där matematik, musik och dans tidigare har kombinerats.

2. Aktivitetssamling

Vi ska därefter skapa en praktisk lärarhandledning med många väl utprovade exempel på hur synergieffekter kan nås när matematik kombineras med musik och dans i undervisningssituationer.

3. Webbkurs & nätverk

Vi ska slutligen redovisa våra resultat, erfarenheter och exempel på en digital plattform så att de sprids och prövas av många.

V. Resultat

För att testa metoder och utbyta erfarenheter tillsammans med andra pedagoger anordnas nationella workshops. Vi redovisar också våra resultat, erfarenheter och exempel på en digital plattform så att de sprids och prövas av många. Ett avslutande spridningstillfälle är slutkonferensen våren 2024.